PERKIRAAN LAMA WAKTU KEMATIAN DENGAN MENGGUNAKAN MODEL MODIFIKASI HUKUM PENDINGINAN NEWTON

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

OLEH:

GUSTINA VIRNY

1310432051

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS ANDALAS

PADANG

2018

TANDA PERSETUJUAN SKRIPSI

Dengan ini dinyatakan bahwa:

Nama	: Gustina Virny
No. Buku Pokok	: 1310432051
Jurusan	: Matematika
Bidang	: Terapan
Judul Skripsi	: Perkiraan Lama Waktu Kematian dengan Menggunakan Model Modifikasi Hukum Pendinginan Newton

Telah diuji dan disetujui skripsinya sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) melalui ujian sarjana yang diadakan pada tanggal **12 Februari 2018** berdasarkan ketentuan yang berlaku.

Pembimbing

1\.

Efendi, M. Si
NIP. 197807172002121002

2\.

Dr. Mahdhivan Syafwan
NIP. 198208032006041001

Penguji

1\.

Dr. Effendi
NIP. 195702061986031001

2\.

Dr. Ahmad Iqbal Baqi
NIP. 196710121994021001

3\.

Radhiatul Husna, M.Si
NIP. 197907012005012003

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika Universitas Andalas

Dr. Mahdhivan Syafwan
NIP. 198208032006041001

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirabbil alamin, puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat, hidayah dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **"Perkiraan Lama Waktu Kematian dengan Menggunakan Model Modifikasi Hukum Pendinginan Newton"** sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas, Padang. Shalawat dan salam selalu tercurah kepada junjungan kita, Nabi Muhammad SAW yang telah menebarkan ilmu dan iman dalam cahaya Islam yang beliau wariskan kepada seluruh umat manusia di muka bumi ini.

Penulis menyadari bahwa banyak pihak yang telah terlibat dan berkontribusi memberikan bantuan, nasihat, dan bimbingan selama penyusunan skripsi ini maupun selama penulis mengikuti pendidikan di Jurusan Matematika Fakultas Matematika daan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Andalas. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Mahdhivan Syafwan dan Bapak Efendi, M.Si sebagai dosen pembimbing yang dengan sabar dan ikhlas meluangkan waktu untuk memberikan ilmu, motivasi, dan nasehat dalam menyelesaikan skripsi ini.

2. Bapak Dr. Effendi, Bapak Dr. Ahmad Iqbal Baqi, dan Ibu Radhiatul

Husna, M.Si sebagai tim penguji yang telah memberikan kritikan dan saran untuk perbaikan dalam penulisan skripsi ini.

3. Bapak Dr. Dodi Devianto, sebagai dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan ilmu, nasehat, motivasi, serta membantu penyelesaian studi penulis di Jurusan Matematika.

4. Bapak Dr. Mahdhivan Syafwan, sebagai Ketua Jurusan Matematika, beserta seluruh Bapak dan Ibu dosen, staf administrasi, karyawan dan segenap civitas akademi Jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas.

5. Para S.Si segera, Amor, Bonet, Debby, Uci, dan sudah S.Si, Citra dan Ayu, terima kasih telah menemani masa-masa kuliah dengan tingkah-tingkah luar biasa dan gelak tawa selama ini.

6. Teman Seperjuanganku Fachrul Arsyad Basri, S.T yang telah memberi semangat dan motivasi kepada penulis. Terimakasih telah menemani di masa-masa sulit dan selalu memberi masukan untuk penulis.

7. Teman teman Matriks13 dan keluarga Andalas Sinematografi yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu. Terima kasih telah menjadi bagian dari kisah klasik selama perkuliahan. Sukses untuk kita semua.

Kepada kedua orangtuaku yang mulia ayahanda Asman dan yang tercinta ibunda Nurmalini, dan tersayang abangku Edo Sofyan di Pasaman yang senantiasa memberikan dukungan, semangat, dan doa.. Terima kasih atas semua bantuan yang telah diberikan semoga menjadi amal shaleh bagi kita. Semoga skripsi ini bermanfaat untuk perkembangan ilmu pengetahuan pada masa mendatang.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna dan tidak terlepas dari kekurangan baik dari isi maupun penulisannya. Penulis terbuka terhadap kritik dan saran yang membangun dari semua pihak demi penyempurnaan skripsi ini ke email gustinavirny@gmail.com.

Padang, 24 April 2018

Gustina Virny, S.Si

gustinavirny@gmail.com

ABSTRAK

Tugas akhir ini membahas model modikasi hukum pendinginan Newton untuk memperkirakan lama waktu kematian. Untuk mencari solusi dari model modikasi hukum pendinginan Newton, digunakan metode pemisahan variabel. Solusi dari modikasi hukum pendinginan Newton ini diplot dengan menggunakan data berat badan sehingga diperoleh grak yang menunjukkan bahwa semakin besar berat badan seseorang maka proses pendinginan suhu tubuhnya akan lebih lama sehingga lama waktu kematiannya juga akan lebih lama.

Kata Kunci : *hukum pendinginan Newton, metode pemisahan variabel,lama waktu kematian*

ABSTRACT

This final project discusses a modified Newton model of cooling law to estimate the duration of death. To find solution of the modified model we employ a method of separation of variable. The obtained solution is plotted versus weight data showing that the greater a person weight the longer cooling process of his body temperature, thus the duration of his death will be also longer.
Kata Kunci : *Newton's cooling law, separation of variable method, duration of death*

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR i
ABSTRAK iv
ABSTRACT v
DAFTAR ISI vi
BAB I PENDAHULUAN 1
1.1 Latar Belakang Masalah 1
1.2 Rumusan Masalah 3
1.3 Batasan Masalah 3
1.4 Tujuan Penulisan 3
1.5 Sistematika Penulisan 4
BAB II LANDASAN TEORI 5
2.1 Persamaan Diferensial 5
2.2 Persamaan Diferensial Biasa Orde Satu 7
2.3 Hukum Pendinginan Newton 7
2.4 Model Marshall dan Hoare 9
BAB III PEMBAHASAN 10
3.1 Hukum Pendinginan Newton 11
3.2 Model Marshall dan Hoare 13

3.3 Model Claus Henssge 16
BAB IV PENUTUP 24
4.1 Kesimpulan 24
4.2 Saran 24
DAFTAR PUSTAKA 25

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Kematian hanya dapat dialami oleh organisme hidup. Secara medis, kematian merupakan suatu proses dimana fungsi dan metabolisme sel organ-organ internal tubuh terhenti. Kematian adalah suatu proses yang dapat dikenali secara klinis pada seseorang melalui tanda kematian yaitu perubahan yang terjadi pada tubuh mayat. Hal ini merupakan hal yang sangat penting dalam investigasi suatu kasus kematian, dimana perubahan $post - mortem$ (setelah kematian) banyak memberikan informasi baik mengenai waktu kematian, penyebab, maupun mekanisme kematian[3].

Dalam mempelajari kematian, dikenal istilah Thanatologi. Thanatologi berasal dari kata thanatos yang berarti berhubungan dengan kematian dan logos yang berarti ilmu. Thanatologi adalah bagian dari ilmu kedokteran forensik yang mempelajari kematian dan perubahan yang terjadi setelah kematian serta faktor yang mempengaruhi perubahan tersebut.

Memperkirakan saat kematian yang mendekati ketepatan mempunyai arti penting, khususnya bila dikaitkan dengan proses penyelidikan. Dengan demikian penyelidikan dapat lebih terarah dan selektif di dalam melakukan pemeriksaan terhadap para tersangka pelaku tindak pidana. Seorang ahli forensik harus mampu mendeskripsikan penyebab dan mekanisme kematian seseorang. Mekanisme kematian timbul akibat abnormalitas dari aspek biokimia dan fisiologi tubuh yang berujung pada kematian.

Pada tahun 1868, H. Rainy [4], Profesor Yurisprudensi Medis (Forensik) dari Universitas Glasgow (Inggris), menggunakan data untuk mengeksplorasi kemungkinan menyesuaikan hukum Newton dengan pendinginan tubuh mayat. Sebuah fenomena yang ditunjukkan Rainy adalah pendinginan tubuh selama periode post-mortem berbeda dari prediksi hukum Newton tentang pendinginan. Suhu tubuh normal yang diasumsikan hukum pendinginan Newton adalah $37,1^0C$. Setelah proses pendinginan yang sebenarnya dimulai untuk rangkaian data, hukum pendinginan Newton akan memberikan perkiraan 3,6 jam lebih lambat dari pada waktu kematian sebenarnya.

Hukum pendinginan Newton adalah hukum ilmiah yang teruji dan benar. Tetapi percobaan Rainy yang meneliti fenomena pendinginan tidak setuju, karena Newton merumuskan hukum untuk pendinginan benda-benda yang memiliki kerapatan seragam. Sedangkan tubuh manusia terdiri dari organ, tulang, daging dan pembuluh darah, dimana semuanya memiliki perbedaan kerapatan partikelnya masing-masing. Sementara itu, Rainy memperoleh hasil yang berbeda dari penelitian terhadap tubuh manusia, dia juga melakukan investigasi laboratorium untuk menetapkan interval kepercayaan statistik, yaitu 95% yang memberikan nilai minimum dan nilai maksimum untuk waktu kematian dengan menggunakan model Newton[1].

Waktu kematian bisa menjadi bagian penting dari informasi dalam beberapa kasus, terutama yang melibatkan investigasi kriminal atau asuransi. Menjelang akhir abad kesembilan belas, hukum pendinginan Newton menggunakan data suhu tubuh yang diperoleh dari pemeriksaan mayat dan digunakan untuk membuat perkiraan yang lebih akurat. Sementara berdasarkan prinsip ilmiah menghasilkan perkiraan yang lebih baik, hukum Newton tidak benar-benar menggambarkan pendinginan tubuh manusia yang tidak homogen. Penelitian ini akan membahas model pendinginan yang lebih akurat berdasarkan kajian Marshall dan Hoare.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang masalah di atas, maka yang menjadi permasalahan dalam penelitian ini adalah bagaimana cara memperkirakan lamanya waktu sejak kematian dengan menggunakan model modifikasi hukum pendinginan Newton.

1.3 Batasan Masalah

Pembahasan pada penelitian ini dibatasi pada kasus persamaan diferensial biasa dan hukum pendinginan newton.

1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui cara memperkirakan waktu sejak kematian dengan menggunakan modifikasi hukum pendinginan Newton.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan pada penelitian ini terdiri atas empat bab, yaitu : Bab I Pendahuluan, yaitu berisi latar belakang masalah, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan. Bab II Landasan Teori, yaitu menjelaskan konsep dan teori-teori dasar yang berkaitan dengan permasalahan, diantaranya persamaan diferensial, persamaan diferensial biasa orde satu, hukum pendinginan Newton, dan model Marshall dan Hoare. Bab III Pembahasan, yaitu menjelaskan tentang bagaiman cara memperkiraan lamanya waktu sejak kematian dengan menggunakan model modifikasi hukum pendinginan Newton. Bab IV Penutup, yaitu berisi kesimpulan dan saran.

BAB II

LANDASAN TEORI

Pada bab ini akan dikaji materi-materi yang terkait dengan permasalahan yang akan dibahas, diantaranya adalah teori persamaan diferensial, persamaan diferensial biasa orde satu,hukum pendinginan Newton dan model Marshall dan Hoare.

2.1 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang melibatkan suatu fungsi dan turunannya. Contoh persamaan diferensial adalah

$$xy\frac{d^2y}{dx^2} - y^2 \sin x = 0, \tag{2.1.1}$$

$$\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial t}. \tag{2.1.2}$$

Pada contoh di atas, x dan t adalah variabel bebas dan y dan T adalah variabel tak bebas.

Secara umum, persamaan diferensial dapat dikategorikan berdasarkan banyaknya variabel bebas, yaitu:

1. Persamaan diferensial biasa, yaitu persamaan diferensial yang memuat satu variabel bebas. Persamaan (2.1.1) adalah contoh dari persamaan diferensial biasa.

2. Persamaan diferensial parsial, yaitu persamaan diferensial yang memuat dua atau lebih variabel bebas. Persamaan (2.1.2) adalah contoh dari persamaan diferensial parsial.

Objek kajian yang akan dibahas pada tugas akhir ini dibatasi pada persamaan diferensial biasa.

Selain itu, persamaan diferensial juga bisa dibedakan berdasarkan orde, kelinieran, dan kehomogenan. Berikut penjelasan masing - masing[8].

1. Orde

   Orde dari persamaan diferensial ditentukan berdasarkan turunan tertinggi yang muncul pada persamaan tersebut.

2. Kelinieran

   Suatu persamaan diferensial dikatakan linier jika pangkat tertinggi pada variabel tak bebas dan semua turunannya adalah satu, dan koefisien dari variabel tak bebas dan turunannya adalah konstanta atau variabel bebas. Jika tidak demikian, maka persamaan diferensial dikatakan nonlinier.

3. Kehomogenan

   Suatu persamaan diferensial dikatakan homogen jika setiap suku dari persamaan diferensial memuat variabel tak bebas atau turunannya. Jika tidak, maka persamaan itu disebut nonhomogen.

2.2 Persamaan Diferensial Biasa Orde Satu

Persamaan diferensial biasa orde satu secara umum dapat dinyatakan dalam bentuk

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y).$$

Jika $f(x, y)$ dapat dinyatakan dalam bentuk $f(x, y) = g(x).h(y)$ maka penyelesaian persamaan diferensial biasa tersebut dapat dilakukan dengan cara memisahkan variabelnya sehingga faktor y bisa kita kumpulkan dengan dy dan faktor x dengan dx[5].

Misalkan suatu persamaan diferensial biasa berikut :

$$\frac{dy}{dx} = (1 + x)(1 + y).$$

Pisahkan persamaan tersebut berdasarkan variabelnya sehingga diperoleh

$$\frac{1}{(1 + y)} dy = (1 + x)dx.$$

Kemudian integrasikan kedua ruas maka

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{(1 + y)} dy &= \int (1 + x)dx \\ ln(1 + y) &= x + \frac{1}{2}x^2 + c \\ y &= ke^{x + \frac{1}{2}x^2} - 1, k = e^c. \end{aligned}$$

2.3 Hukum Pendinginan Newton

Hukum Pendinginan Newton menyatakan bahwa laju perubahan suhu suatu benda sebanding dengan perbedaan antara suhu benda dan suhu lingkungan (yaitu suhu sekitarnya)[6].

Dalam model matematika, hukum pendinginan Newton dinyatakan dalam bentuk :

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - L), \tag{2.3.3}$$

dimana :

$T = T(t)$ merupakan fungsi temperatur (suhu) terhadap waktu t.

k adalah konstanta.

L adalah suhu lingkungan.

Solusi persamaan (2.3.1) adalah

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= -k(T - L) \\ \frac{dT}{T - L} &= -kdt \\ \ln(T - L) &= -kt + lnC \\ \ln(T - L) &= lne^{-kt} + lnC \\ \ln(T - L) &= lnCe^{-kt} \\ T - L &= Ce^{-kt}. \end{aligned} \tag{2.3.4}$$

Saat $t = 0$ maka $T = T_0$ sehingga $C = T_0 - L$

Maka

$$\begin{aligned} T - L &= (To - L)e^{-kt} \\ T &= L + (To - L)e^{-kt}. \end{aligned} \tag{2.3.5}$$

Nilai dari k dapat bernilai negatif atau positif. Hal ini dapat ditentukan dengan cara sebagai berikut: apabila suhunya mengalami kenaikan maka bernilai negatif, sebaliknya bila suhu mengalami penurunan maka bernilai positif[6].

2.4 Model Marshall dan Hoare

Pada tahun 1962, Marshall dan Hoare menerbitkan serangkaian jurnal [7] dimana mereka menggunakan model eksponensial ganda untuk memodelkan proses pendinginan mayat.

Model hukum Newton menggunakan persamaan diferensial untuk membedakan antara suhu tubuh dengan suhu lingkungannya, yang dinyatakan dalam bentuk :

$$\theta'(t) = -\beta\theta(t), \tag{2.4.6}$$

dimana $\theta(t)$ adalah selisih antara suhu tubuh dan suhu lingkungan (θ_a), β adalah sebuah konstanta yang bergantung pada beberapa faktor tentang tubuh dan situasi yang mempengaruhinya.

Marshall dan Hoare mengajukan modifikasi pada model Newton, yang dinyatakan dalam bentuk:

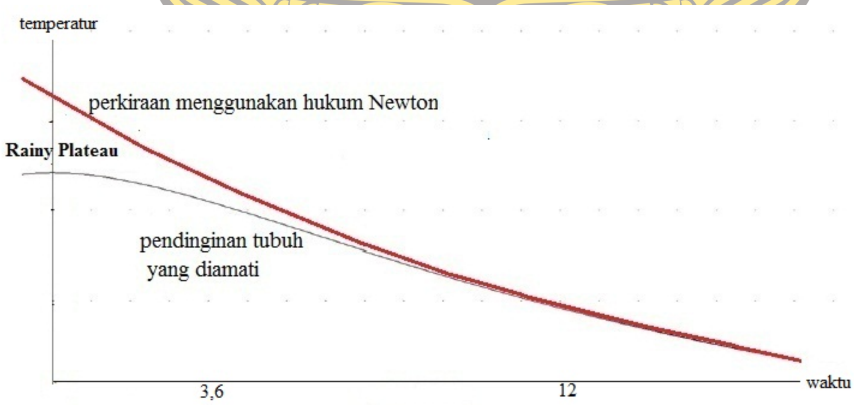
$$\theta'(t) = -\beta\theta(t) - \gamma e^{-\alpha t}. \tag{2.4.7}$$

dimana β adalah konstanta dalam model Newton dan $\gamma e^{-\alpha t}$ adalah suku yang berhubungan dengan pendinginan organ dalam tubuh setelah kematian[1].

BAB III

PEMBAHASAN

Pada tahun 1868, Rainy, Profesor Yurisprudensi Medis (Forensik) di Universitas Glasgow, mengakui bahwa karyanya tidak akan menjawab pertanyaan untuk menetapkan waktu kematian dengan akurasi yang lengkap. Hal ini terutama berlaku untuk pekerjaan yang dilakukan di lapangan, bukan yang dilakukan di laboratorium. Karena salah satu kondisi lapangan yang tidak disertakan dalam analisis Rainy adalah suhu lingkungan yang tidak konstan. Sebuah fenomena yang ditunjukkan Rainy adalah pendinginan tubuh selama periode post-mortem sangat berbeda dari prediksi hukum Newton tentang pendinginan. Kurvanya jauh lebih datar. Daerah dari kurva tersebut dikenal sebagai Rainy Plateau[4].



Gambar 3.0.1: Perbandingan kurva yang dihasilkan dari data aktual dengan kurva berdasarkan hukum pendinginan Newton

Gambar 3.0.1 menjelaskan tentang pendinginan tubuh dari mayat seorang pria dengan berat badan 70 kg menggunakan data dalam penyelidikan Rainy dan yang diprediksi oleh hukum pendinginan Newton mengenai pendinginan selama 20 jam periode waktu post-mortem. Waktu ketika kurva pendinginan Newton (plot atas) memiliki titik koordinat y dari $37,1^0C$, yaitu suhu tubuh normal yang diasumsikan dan memperoleh hasil 3,6 jam setelah proses pendinginan yang sebenarnya (plot bawah). Sehingga dapat disimpulkan bahwa dalam kasus hukum pendinginan Newton akan memberikan perkiraan 3,6 jam lebih lambat dari pada waktu kematian sebenarnya.

3.1 Hukum Pendinginan Newton

Model hukum pendinginan Newton menggunakan persamaan diferensial untuk membedakan antara suhu tubuh dengan suhu lingkungannya, yang dinyatakan dalam bentuk :

$$\theta'(t) = -\beta\theta(t), \tag{3.1.1}$$

dimana $\theta(t)$ adalah selisih antara suhu tubuh dan suhu lingkungan, dan β adalah sebuah konstanta.

Hukum pendinginan Newton bisa juga dirumuskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \theta(t) &= T(t) - L \\ \theta'(t) &= T'(t) - 0 \\ \theta'(t) &= T'(t). \end{aligned}$$

Maka persamaan (3.1.1) menjadi

$$\theta'(t) = -\beta(T(t) - L), \tag{3.1.2}$$

karena $\theta'(t) = T'(t)$, maka

$$T'(t) = -\beta(T(t) - L). \tag{3.1.3}$$

Persamaan (3.1.1) dapat dicari solusinya yaitu dengan cara pemisahan variabel sebagai berikut:

Solusi umum dari persamaan (3.1.1) :

$$\begin{aligned}
\theta'(t) &= -\beta\theta(t) \\
\frac{d\theta(t)}{dt} &= -\beta\theta(t) \\
\int \frac{d\theta(t)}{\theta(t)} &= \int -\beta dt \\
ln\theta(t) &= -\beta t + c \\
e^{ln\theta(t)} &= e^{-\beta t + c} \\
\theta(t) &= e^{-\beta t}.e^{c} \\
\theta(t) &= Ce^{-\beta t}.
\end{aligned}$$

Maka solusi umum dari persamaan (3.1.1) adalah

$$\theta(t) = Ce^{-\beta t}. \tag{3.1.4}$$

Solusi khusus dari persamaan (3.1.4) :

$$\begin{aligned}
\theta(0) &= \theta_0 \\
\theta(t) &= Ce^{-\beta t} \\
\theta(0) &= Ce^{-\beta .0} \\
C &= \theta(0).
\end{aligned}$$

Maka diperoleh solusi dari hukum pendinginan Newton adalah

$$\theta(t) = \theta(0)e^{-\beta t}$$
$$\theta(t) = \theta_0 e^{-\beta t}, \qquad (3.1.5)$$

dimana :

$\theta(t)$ adalah selisih antara suhu tubuh dengan suhu lingkungan,

θ_0 adalah suhu tubuh pada saat kematian (t=0),

β adalah sebuah konstanta.

3.2 Model Marshall dan Hoare

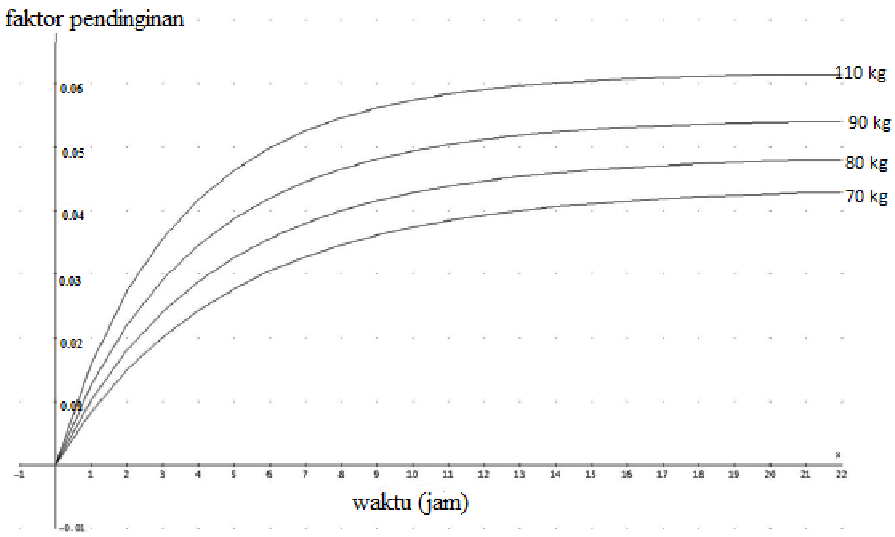
Marshall dan Hoare mengajukan modifikasi pada model Newton,yang dinyatakan dalam bentuk:

$$\theta'(t) = -\beta\theta(t) - \gamma e^{-\alpha t}, \qquad (3.2.6)$$

dimana β adalah konstanta dalam model Newton dan $\gamma e^{-\alpha t}$ adalah suku yang berhubungan dengan pendinginan organ dalam tubuh setelah kematian.

Marshall dan Hoare mengamati tingkat pendinginan tubuh yang terbaik digambarkan pada grafik yang ditunjukkan pada Gambar 3.3.2, yang didasarkan pada data Marshall dan Hoare[7]. Berat jenazah dalam data Marshall dan Hoare dimulai dengan kurva bawah, masing-masing adalah: 70 kg, 80 kg, 90 kg, 110 kg.

Bukti eksperimen ini bertentangan dengan pernyataan hukum pendinginan Newton, yang menegaskan bahwa rasio perbedaan antara suhu tubuh dan suhu sekitar dan laju pendinginan dari kuantitas ini akan bernilai konstan.



Gambar 3.2.2: Grafik Marshall dan Hoare dari kurva perbedaan suhu

Gambar 3.2.2 menunjukkan bahwa rasionya adalah 0 pada saat kematian, dan awalnya meningkat dengan kecepatan bergantung pada berat tubuh, lalu secara asimtotik mendekati laju pendinginan konstan.

Perhatikan bahwa model Marshall dan Hoare dapat ditulis ulang menjadi

$$\frac{d\theta}{dt} + \beta\theta(t) = -\gamma e^{-\alpha t}. \tag{3.2.7}$$

Untuk menyelesaikan persamaan (3.2.2), cari terlebih dahulu solusi homogennya dengan cara berikut :

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= -\beta\theta(t) \\ \int \frac{d\theta}{\theta(t)} &= -\int \beta dt \\ ln\theta(t) &= -\beta t + C \\ \theta_h(t) &= Ae^{-\beta t} \end{aligned} \tag{3.2.8}$$

Maka solusi homogen dari persamaan (3.2.2) adalah, Ae^{C}.

$$\theta_h(t) = Ae^{-\beta t}. \tag{3.2.9}$$

Selanjutnya akan dicari solusi partikular dari persamaan (3.2.2). Misalkan

$$\theta_p = Ce^{-\alpha t}, \tag{3.2.10}$$

maka

$$\theta_p' = -\alpha Ce^{-\alpha t}. \tag{3.2.11}$$

Substitusi persamaan (3.2.5) dan (3.2.6) ke persamaan (3.2.2) sehingga diperoleh :

$$\begin{aligned} -\alpha Ce^{-\alpha t} + \beta Ce^{-\alpha t} &= -\gamma e^{-\alpha t} \\ C(-\alpha + \beta)e^{-\alpha t} &= -\gamma e^{-\alpha t} \\ C &= \frac{-\gamma}{-\alpha + \beta}. \end{aligned} \tag{3.2.12}$$

Selanjutnya substitusi nilai C sebelumnya ke persamaan (3.2.5) sehingga diperoleh solusi partikularnya, yaitu :

$$\theta_p = \frac{-\gamma}{\beta - \alpha} e^{-\alpha t}. \tag{3.2.13}$$

Dengan demikian solusi umum dari persamaan (3.2.2) adalah :

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_h + \theta_p \\ \theta &= Ae^{-\beta t} - \frac{\gamma}{\beta - \alpha} e^{-\alpha t}. \end{aligned} \tag{3.2.14}$$

Solusi khusus dari persamaan (3.2.9) adalah : $\theta(0) = c$, c adalah suhu awal

$$\begin{aligned} \theta(0) &= A - \frac{\gamma}{\beta - \alpha} = c \\ A &= c + \frac{\gamma}{\beta - \alpha} \\ A &= \frac{c(\beta - \alpha) + \gamma}{\beta - \alpha} \end{aligned} \tag{3.2.15}$$

Dengan mensubstitusikan nilai A sebelumnya ke persamaan (3.2.9), maka diperoleh solusi khusus

$$\theta(t) = \frac{c(\beta - \alpha) + \gamma}{\beta - \alpha} e^{-\beta t} - \frac{\gamma}{\beta - \alpha} e^{-\alpha t}. \tag{3.2.16}$$

Pada persamaan (3.2.11) melibatkan empat konstanta, yaitu α, β, γ, dan c. Dengan menggunakan persamaan ini diperlukan pengukuran suhu yang akurat saat diambil di tempat kejadian untuk memperoleh nilai-nilai konstanta. Tapi persamaan ini memiliki kekurangan yaitu hanya bisa menggunakannya di laboratorium, tetapi tidak untuk penyelidikan di lapangan. Sehingga dibutuhkan alat untuk mengimplementasikan model matematikan untuk memperkirakan waktu sejak kematian dan dapat dengan mudah digunakan di lapangan.

3.3 Model Claus Henssge

Claus Henssge, seorang Profesor Forensic Medicine di Universitas Essen, memodifikasi persamaan Marshall dan Hoare menjadi sebuah persamaan dengan dua konstanta yang tidak diketahui, yaitu[7]
Persamaan (3.2.11) dapat ditulis menjadi

$$\theta(t) = \tilde{A} e^{-Bt} + \tilde{C} e^{-Dt},$$

dimana

$\tilde{A} = \dfrac{c(\beta - \alpha) + \gamma}{\beta - \alpha},$

$B = \beta,$

$\tilde{C} = \dfrac{\gamma}{\beta - \alpha},$

$D = \alpha$.

Maka

$$\begin{aligned}
Q &= \frac{T(t)-L}{T(0)-L} \\
\frac{T(t)-L}{T(0)-L} &= \frac{\theta(t)}{T(0)-L} \\
\frac{\theta(t)}{T(0)-L} &= \frac{\tilde{A}}{T(0)-L}e^{-Bt} + \frac{\tilde{C}}{T(0)-L}e^{-Dt} \\
\frac{T(t)-L}{T(0)-L} &= Q = Ae^{-Bt} + Ce^{-Dt}, \qquad (3.3.17)
\end{aligned}$$

dimana A, B, C, dan D adalah sebuah kostanta sebarang. Pada saat kematian $t = 0$, persamaan sebelumnya menjadi

$$\begin{aligned}
Q &= 1 \\
1 &= A + C \\
C &= 1 - A
\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
\frac{dQ}{dt} &= 0 \\
0 &= -A.B - C.D \\
C.D &= -A.B \\
D &= -\frac{A.B}{C} \\
D &= -\frac{A.B}{1-A}.
\end{aligned}$$

Jika disubstitusi nilai dari C dan D ke persamaan (3.3.1), maka diperoleh :

$$Q(t) = \frac{T(t)-L}{T(0)-L} = Ae^{-Bt} + (1-A)e^{\frac{AB}{A-1}t}. \qquad (3.3.18)$$

dimana :

$T(t)$ adalah suhu tubuh pada saat t.

$T(0)$ adalah suhu tubuh pada saat kematian ($t = 0$).

L adalah suhu lingkungan.

A dan B adalah konstanta yang akan ditentukan.

1. Konstanta B

   Henssge melakukan penelitian untuk menentukan nilai A dan B. Yang paling mudah untuk ditentukan adalah nilai B karena berkaitkan dengan bagian kurva pendinginan yang langsung berhubungan dengan koefisien pendinginan dalam hukum pendinginan Newton. Henssge[2] menemukan bahwa nilai B sangat berkorelasi dengan berat badan seseorang dan dapat dinyatakan dengan

   $$B(w) = -1,2851w^{-0,625} + 0,0284, \qquad (3.3.19)$$

   dimana w adalah berat badan(kg).

2. Konstanta A

   Untuk menentukan nilai dari konstanta A, akan dibagi dua kasus:

   (a) Nilai konstanta A untuk pendinginan tubuh pada suhu lingkungan kurang dari 23^0C.

   Dari hasil percobaan di laboratorium, Henssge menyimpulkan bahwa nilai konstanta A yang mendekati untuk kasus ini adalah A=1,25. Dengan menggunakan nilai ini, maka persamaan (3.3.2) menjadi

   $$Q(t) = 1,25e^{B(w).t} - 0,25e^{5.B(w).t}. \qquad (3.3.20)$$

(b) Nilai konstanta A untuk pendinginan tubuh pada suhu lingkungan lebih dari 23^0C.

Dari hasil percobaan di laboratorium, Henssge menyimpulkan bahwa nilai konstanta A yang mendekati untuk kasus ini adalah A=1,11. Dengan menggunakan nilai ini, maka persamaan (3.3.2) menjadi

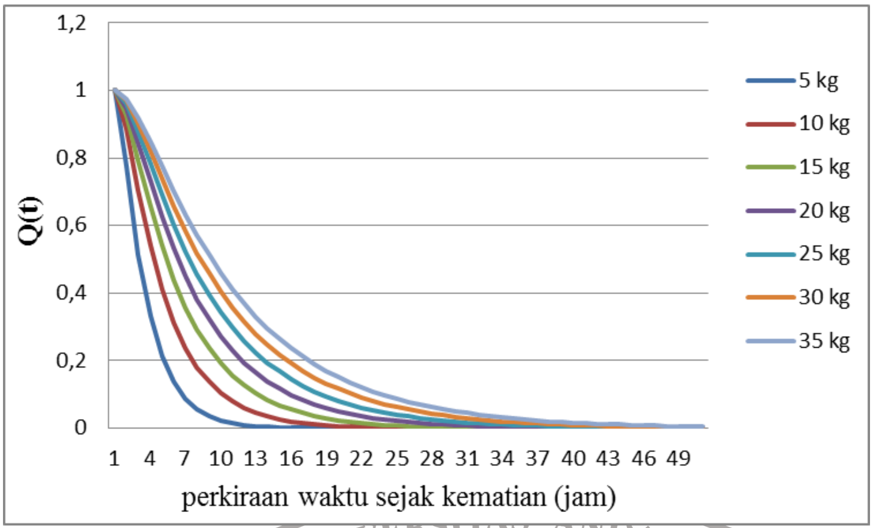
$$Q(t) = 1,11e^{B(w).t} - 0,11e^{10.B(w).t}. \tag{3.3.21}$$

Dalam upaya memudahkan penyelidikan di tempat pemeriksa mayat, maka untuk membuat perkiraan yang lebih akurat tentang waktu kematian, pilihan yang lebih baik adalah dengan menggunakan grafik dari persamaan (3.3.4) dan persamaan (3.3.5) yang menampilkan solusi untuk berat badan yang berbeda. Grafik ini dapat digambarkan sebagai berikut :

1. Untuk suhu lingkungan kurang dari 23^0C

A. Anak-anak

Gambar 3.3.3 menjelaskan tentang grafik hasil plot dari berat badan (kg), waktu kematian(jam), dan kemungkinan pendinginan suhu tubuh mayat (Q(t)) untuk berat badan 5 kg sampai 35 kg. Setelah dilakukan penghitungan terhadap berat badan mayat, yaitu $B(w)$ selanjutnya dilakukan juga penghitungan terhadap kemungkinan pendinginan suhu tubuh mayat, yaitu $Q(t)$ sehingga didapatkan hasil plot data seperti tertera pada Gambar 3.3.3. Jika seseorang dengan berat badan 10 kg dan telah mengalami proses kemungkinan pendinginan suhu tubuh atau kemungkinan kehilangan panas sehingga tersisa 0,20107 atau 20% di tubuh

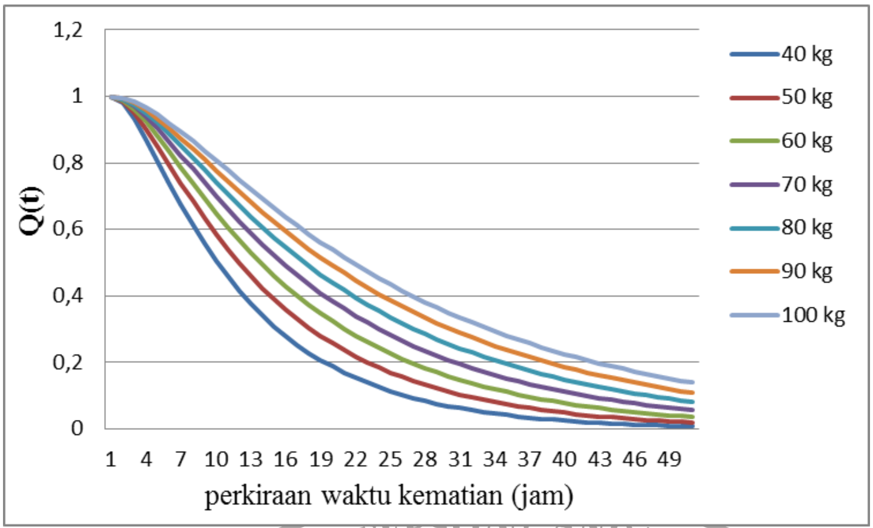


Gambar 3.3.3: Grafik Persamaan (3.3.4) untuk berat dari 5 kg sampai 35 kg (urutan naik).

mayat tersebut saat dilakukan penyelidikan, maka dapat diperkirakan waktu yang wajar sejak kematian mayat tersebut adalah 7,5 jam.

B. Dewasa

Gambar 3.3.4 menjelaskan tentang grafik hasil plot dari berat badan (kg), waktu kematian(jam), dan kemungkinan pendinginan suhu tubuh mayat (Q(t)) untuk berat badan 40 kg sampai 100 kg. Setelah dilakukan penghitungan terhadap berat badan mayat, yaitu $B(w)$ selanjutnya dilakukan juga penghitungan terhadap kemungkinan pendinginan suhu tubuh mayat, yaitu $Q(t)$ sehingga didapatkan hasil plot data seperti tertera pada Gambar 3.3.4. Jika seseorang dengan berat badan 50 kg dan telah mengalami proses kemungkinan pendinginan suhu tubuh atau kemungkinan kehilangan panas sehingga tersisa 0,20107 atau 20% di tubuh mayat tersebut saat dilakukan penyelidikan, maka dapat diperkirakan



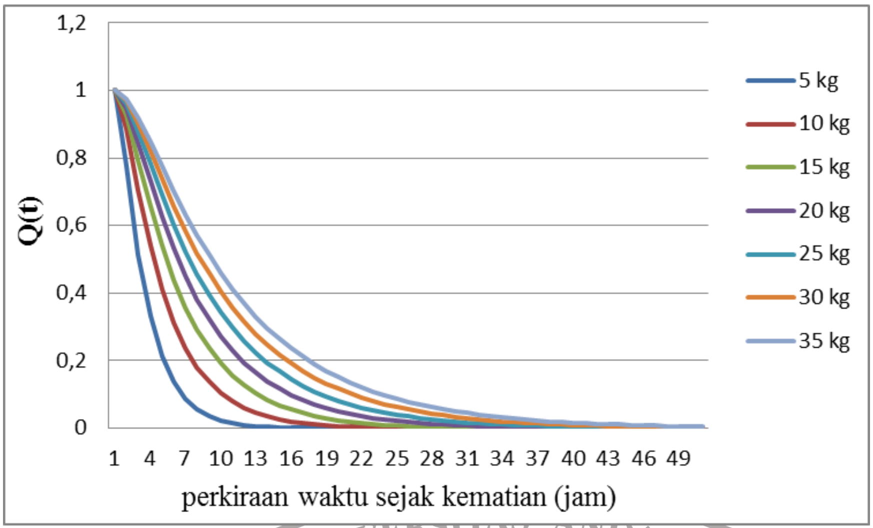
Gambar 3.3.4: Grafik Persamaan (3.3.4) untuk berat dari 40 kg sampai 100 kg (urutan naik).

waktu yang wajar sejak kematian mayat tersebut adalah 23 jam.

2. Untuk suhu lingkungan di atas 23^0C

A. Anak-anak

Gambar 3.3.5 menjelaskan tentang grafik hasil plot dari berat badan (kg), waktu kematian(jam), dan kemungkinan pendinginan suhu tubuh mayat (Q(t)) untuk berat badan 5 kg sampai 35 kg. Setelah dilakukan penghitungan terhadap berat badan mayat, yaitu $B(w)$ selanjutnya dilakukan juga penghitungan terhadap kemungkinan pendinginan suhu tubuh mayat, yaitu $Q(t)$ sehingga didapatkan hasil plot data seperti tertera pada Gambar 3.3.5. Jika seseorang dengan berat badan 10 kg dan telah mengalami proses kemungkinan pendinginan suhu tubuh atau kemungkinan kehilangan panas sehingga tersisa 0,20107 atau 20% di tubuh mayat tersebut saat dilakukan penyelidikan, maka dapat diperkirakan

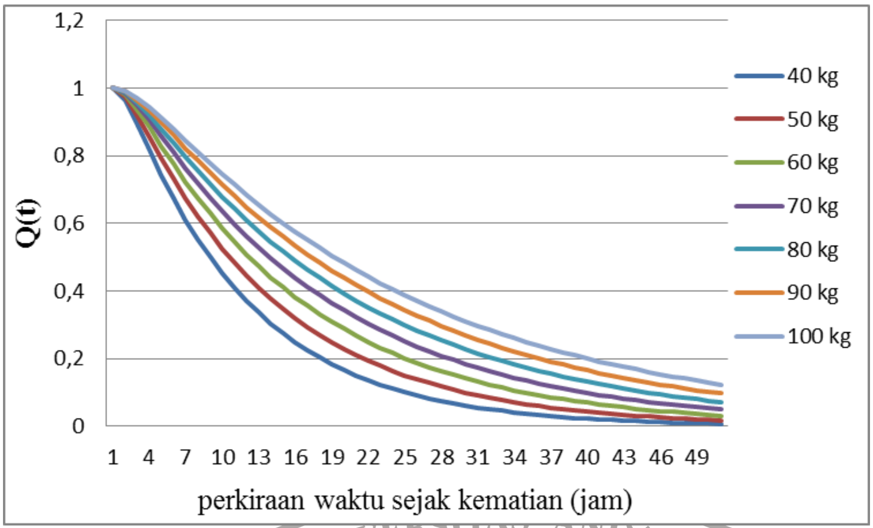


Gambar 3.3.5: Grafik Persamaan (3.3.5) untuk berat dari 5 kg sampai 35 kg (urutan naik).

waktu yang wajar sejak kematian mayat tersebut adalah 7 jam.

B. Dewasa

Gambar 3.3.6 menjelaskan tentang grafik hasil plot dari berat badan (kg), waktu kematian(jam), dan kemungkinan pendinginan suhu tubuh mayat (Q(t)) untuk berat badan 40 kg sampai 100 kg. Setelah dilakukan penghitungan terhadap berat badan mayat, yaitu $B(w)$ selanjutnya dilakukan juga penghitungan terhadap kemungkinan pendinginan suhu tubuh mayat, yaitu $Q(t)$ sehingga didapatkan hasil plot data seperti tertera pada Gambar 3.3.6. Jika seseorang dengan berat badan 50 kg dan telah mengalami proses kemungkinan pendinginan suhu tubuh atau kemungkinan kehilangan panas sehingga tersisa 0,20107 atau 20% di tubuh mayat tersebut saat dilakukan penyelidikan, maka dapat diperkirakan waktu yang wajar sejak kematian mayat tersebut adalah 21 jam.



Gambar 3.3.6: Grafik Persamaan (3.3.5) untuk berat dari 40 kg sampai 100 kg (urutan naik).

Berdasarkan grafik hasil plot data dari berat badan(kg) dan kemungkinan pendinginan suhu tubuh mayat(Q(t)), maka dapat disimpulkan bahwa : semakin besar berat badan seseorang maka proses pendinginan suhu tubuhnya akan lebih lama sehingga lama waktu kematiannya juga akan lebih lama. Begitu juga sebaliknya. Jika dibandingkan antara grafik anak-anak dengan grafik dewasa, maka terlihat jelas bahwa proses pendinginan suhu tubuh mayat pada anak-anak jauh lebih cepat jika dibandingkan dengan proses pendinginan suhu tubuh mayat dewasa.

Dengan menggunakan grafik dari Gambar 3.3.3, Gambar 3.3.4, Gambar 3.3.5, dan Gambar 3.3.6, sebagian besar penyelidikan forensik dapat dengan cepat menentukan perkiraan waktu sejak kematian seseorang di tempat kejadian dan apabila mereka juga memiliki salinan Gambar 3.3.3 dan Gambar 3.3.4 untuk suhu lingkungan kurang dari 23^0C dan Gambar 3.3.5 dan Gambar 3.3.6 untuk suhu lingkungan di atas 23^0C.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Pada penelitian ini telah didapatkan kesimpulan, yaitu untuk menentukan waktu sejak kematian seseorang bisa diperkirakan dengan melihat grafik hasil plot dari berat badan (kg) dan kemungkinan pendinginan suhu tubuh mayat (Q(T)), maka dapat disimpulkan bahwa semakin besar berat badan seseorang maka proses pendinginan suhu tubuhnya akan lebih lama sehingga lama waktu kematiannya juga akan lebih lama. Begitu juga sebaliknya, semakin kecil berat badan seseorang maka proses pendinginan suhu tubuhnya akan lebih cepat sehingga lama waktu kematiannya juga akan lebih cepat.

4.2 Saran

Untuk penelitian selanjutnya, penulis menyarankan untuk mengkaji perkiraan waktu sejak kematian dengan menggunakan modifikasi hukum pendinginan Newton dengan kajian yang lebih mendalam seperti membahas tentang pengukuran suhu tubuh mayat yang telanjang dan tubuh mayat yang memakai pakaian dan akan terbagi lagi menjadi memakai pakaian dalam, baju tipis, baju biasa, mantel tebal dan sebagainya.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Taylor and Francis. 2014. *Beyond Newton's Law of Cooling-Estimation of Time Since Death*. University of Connecticut , London.

[2] Henssge, C. 1988. Death Time Estimation in Case Work I. The Rectal Temperature Time of Death Nomogram. *Forensic. Sci. Int. 38*, PP. 209 - 236.

[3] Knight, B. 1995. *The Estimation of the Time Since Death in the Early Postmortem Period*. Edward Arnold, London

[4] Rainy, H. 1868. On the Cooling of Dead Bodies as Indicating the Length of Time Since Death. *Glasgow Med. J. 1*,PP. 323 - 330.

[5] Boyce, W.E and Prime. 2009. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. John Wiley Sons, New York.

[6] Hiiro Script. *Hukum Pendinginan Newton*.http://dhartyhiiro-script.blogspot.co.id/2011/10/hukum-pendinginan-newton.html?m=1,. Diakses pada 24 Agustus 2017.

[7] Brown, A and Marshall, T.K. 1974. *Body Temperature As A Means Of Estimating The Time Of Death*. Elsevier Sequoia S.A., Lausanne.

[8] Wazwaz, A.M. 2009. *Partial Differential Equation and Solitary Waves Theory*. Springer, Berlin Heidelberg.

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Gustina Virny, dilahirkan di Lubuk Sikaping pada tanggal 09 agustus 1994, yang merupakan anak ketigat dari tiga bersaudara dari pasangan Ayahanda Asman dan Ibunda Nurmalini. Penulis menamatkan pendidikan di SD Negeri 27 Salibawan pada tahun 2007, SMP Negeri 2 Lubuk Sikaping pada tahun 2010, dan SMA Negeri 1 Lubuk Sikaping pada tahun 2013. Pada tahun yang sama, Penulis diterima sebagai mahasiswa

Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Andalas melalui jalur SBMPTN (Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri.

Selama menjadi mahasiswa di Jurusan Matematika, Universitas Andalas, Penulis merupakan anggota dari organisasi Andalas Sinematografi Universitas Andalas pada tahun 2013-2016. Penulis melaksanakan KKN (Kuliah Kerja Nyata) di Jorong Tiumang, Nagari Tiumang, Kabupaten Dharmasraya pada tahun 2016 dalam rangka melaksanakan salah satu mata kuliah wajib Jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas.

Puji syukur atas usaha, dorongan, dan motivasi serta seizin Allah yang Maha Kuasa, Penulis dapat menyelesaikan studi di Universitas Andalas selama empat tahun tujuh bulan untuk meraih gelar Sarjana Sains (S.Si) pada tanggal 12 Februari 2018.